Муниципальное общеобразовательное учреждение средняя общеобразовательная школа №2 г. Белинского Пензенской области им Р.М. Сазонова

Конспект урока алгебры в 9 классе по теме:
"Формула суммы n-первых членов геометрической прогрессии".

Провела учитель математики

Парюшкина И.А.

2019-2020 учебный год

**Конспект урока алгебры в 9 классе по теме:
"Формула суммы n- первых членов геометрической прогрессии".**

**Цели и задачи:**

**образовательные**

- познакомить учащихся с выводом формул суммы *n* первых членов геометрической прогрессий; научить учащихся применять полученные формулы при решении задач;

**развивающие**

- развивать творческую и мыслительную деятельность учащихся на уроке посредством анализа и сравнения арифметической и геометрической прогрессий, вывода формул;

- с помощью решения задач исследовательского характера и самостоятельного вывода учащимися формул развивать интеллектуальные качества личности школьников такие, как самостоятельность, гибкость, способность к оценочным действиям, обобщению, быстрому переключению; - способствовать формированию навыков самостоятельной работы;

- в целях развития эмоций учащихся обеспечить в ходе урока ситуации эмоциональных переживаний; формировать умения чётко и ясно излагать свои мысли;
**воспитательные**

- прививать учащимся интерес к предмету посредствам применения информационных технологий (с использованием компьютера), решения исторических задач;

- формировать умения аккуратно и грамотно выполнять математические записи

**Оборудование :** раздаточный материал, интерактивная доска, компьютерная презентация.

**Формы организации деятельности на уроке**: индивидуальная, групповая

**Ход урока:**

**1.Орг. момент**

Сегодня на уроке мы будем работать в группах ( класс разделён на 3 группы и выбраны командиры групп). Мы должны преодолеть 4 этапа на пути движения к новым знаниям, между ними остановимся на 2 привала.

Девиз нашего урока «Прогрессия – движение вперёд»

**2.Проверка домашнего задания**.

На **1 этапе «Найди ошибки»** мы проверим домашнее задание.

На слайде высвечиваются неправильно выполненные задания домашней работы.

№ 267 (1) (сборник заданий)

$$b\_{1}=2$$

$$b\_{6}=-18\sqrt{3}$$

$$b\_{2},b\_{3},b\_{4},b\_{5}-?$$

$$b\_{6}=b\_{1}∙q^{5}$$

$$-18\sqrt{3}=2∙q^{5}$$

$$q^{5}=-18\sqrt{3}÷2$$

$$q^{5}=-9\sqrt{3}=\left(-\sqrt{3}\right)^{5}$$

$$q=-\sqrt{3}$$

$$b\_{2}=2∙\left(-\sqrt{3}\right)=-2\sqrt{3}$$

$$b\_{3}=-2\sqrt{3}∙\sqrt{3}=-6$$

$$b\_{4}=6∙\left(-\sqrt{3}\right)=-6\sqrt{3}$$

$$b\_{5}=-6\sqrt{3}∙\sqrt{3}=-18$$

Ошибка: пропущен знак «-»

$$b\_{2}=2∙\left(-\sqrt{3}\right)=-2\sqrt{3}$$

$$b\_{3}=-2\sqrt{3}∙(-\sqrt{3})=6$$

$$b\_{4}=6∙\left(-\sqrt{3}\right)=-6\sqrt{3}$$

$$b\_{5}=-6\sqrt{3}∙(-\sqrt{3})=-18$$

№638 (учебник)

Население города 60000 человек. Ежегодный прирост 2%. Население через 5 лет - ?.

$$b\_{1}=60000 ч.$$

Прирост – 2%

$$b\_{5}-?$$

$$100+2=102\%=\frac{102}{100}=1,02 ⇒q=1,02$$

$$b\_{5}=b\_{1}∙q^{4}$$

$$b\_{5}=60000∙1,02^{4}=64946 (ч.)$$

Ошибка: $b\_{6}, а не b\_{5}$

$$b\_{6}-?$$

$$b\_{6}=b\_{1}∙q^{5}$$

$$b\_{6}=60000∙1,02^{5}=66245 (ч.)$$

**3.Актуализация знаний учащихся**

На **2 этапе «Получи пятёрку»** ученики заполняют таблицу по принципу шахматной доски(приложение №1). Правильный ответ пишется знак «+», а если нет знак « -»

**Вопросы:**

1а. Последовательность, у которой конечное число членов, называется конечной

1b. Последовательность, у которой бесконечное число членов, называется бесконечной

1с. Арифметическая прогрессия – это последовательность.

1d. У возрастающей последовательности каждый следующий меньше предыдущего.

1е. У убывающей последовательности каждый следующий больше предыдущего.

2а. В арифметической прогрессии каждый член, начиная со второго, равен предыдущему, сложенному с одним и тем же числом.

2 b. Сумма первых членов арифметической прогрессии равна $ S\_{n}=\frac{(а\_{1}+а\_{n})(n-1)}{2}$

2c. В арифметической прогрессии каждый член, начиная со второго, равен предыдущему, сложенному с различными числами.

2d. Последовательности не бывают геометрической прогрессией.

2е.Знаменатель геометрической прогрессии находится вычитанием.

3а. n-й член геометрической прогрессии задается с помощью формулы $b\_{n}=b\_{1}∙q^{n-1}$

3b. Чтобы найти разность арифметической прогрессии, надо от любого члена отнять предыдущий.

3с. Чтобы найти n- й член арифметической прогрессии, достаточно знать её первый член и разность.

3d. В геометрической прогрессии каждый член, начиная со второго, равен предыдущему, делённому на число.

3е. Последовательность натуральных чисел не является арифметической прогрессией.

4а. По формуле находится $b\_{3}=b\_{1}∙q^{3}$

4b. По формуле находится d=a7 –a5

4c. Формула n –го члена арифметической прогрессии $а\_{n}=а\_{1}+\left(n-1\right)d$

4d. Арифметическая и геометрическая прогрессии одинаковые последовательности.

4е. Геометрическая прогрессия не находит практическое применение.

5а. Формула суммы n-первых членов арифметической прогрессии $ S\_{n}=\frac{2а\_{1}+d(n-1)}{2}$∙n

5 b. Если d-положительное число, то арифметическая прогрессия является возрастающей.

5с. Знаменатель геометрической прогрессии равен q=$\frac{b\_{n+1}}{b\_{n}}$

5d. По характеристическим свойствам нельзя определить вид прогрессии.

5е. Свойство арифметической прогрессии $b\_{n}=\sqrt{b\_{n-1}∙b\_{n+1}}$ , свойство геометрической прогрессии $а\_{n}=\frac{а\_{n-1}+а\_{n+1}}{2}$

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Приложение№1 | a | b | c | d | e |
| 1 |  |  |  |  |  |
| 2 |  |  |  |  |  |
| 3 |  |  |  |  |  |
| 4 |  |  |  |  |  |
| 5 |  |  |  |  |  |

4.**Привал «Это интересно»**

Сообщение готовят ученики (с показом слайдов)

Слово «прогрессия» латинского происхождения (progressio), буквально означает «движение вперед» ( как и слово «прогресс») и встречается впервые у римского автора Боэция (V-VI вв.). Названия «арифметическая» и « геометрическая» были перенесены из теории непрерывных пропорций, которыми занимались древние греки.

Первые представления  об арифметической и геометрической прогрессиях были еще у древних народов. В клинописных табличках вавилонян, как и в египетских папирусах, относящихся ко II тысячелетию до н.э., встречаются примеры арифметической и геометрической прогрессий. Первые из дошедших до нас задачи на прогрессии связаны с запросами хозяйственной жизни и общественной практики, как, например, распределение продуктов, деление наследства и т.д. В древнерусском юридическом сборнике «Русская правда» содержатся выкладки о приплоде от скота и пчел за известный промежуток времени, о количестве зерна, собранного с определенного участка земли и т.д.

 Известна интересная история о знаменитом немецком математике К. Гауссе (1777-1855 гг.), который в детстве обнаружил выдающиеся способности к математике. Учитель предложил учащимся сложить все натуральные числа от 1 до 100. Маленький Гаусс решил эту задачу  за минуту. Сообразив, что суммы 1 + 100; 2 + 99 и т.д. равны, он умножил 101 на 50, т.е. на число таких сумм. Иначе говоря, он заметил закономерность, которая присуща арифметической прогрессии.

Формула суммы членов арифметической прогрессии была доказана древнегреческим ученым Диофантом (в III веке).

Из одной клинописной таблички можно заключить, что, наблюдая Луну от новолуния до полнолуния, вавилоняне пришли к такому выводу:  в первые 5 дней после новолуния рост освещения лунного диска совершается по закону геометрической прогрессии со знаменателем 2.

**5. Изучение нового материала**

На слайде высвечивается задача, прочитав её, ученики понимают, что их знаний недостаточно для ответа на поставленный вопрос.

Задача «Выгодная сделка».

Однажды один мудрец предложил богатому купцу такую сделку: «Я буду ежедневно в течение месяца (30 дней) отдавать тебе по 100000 рублей. А ты мне в первый день за 100000 рублей отдашь 1 копейку, во второй день – 2 копейки. И так каждый день ты будешь увеличивать число денег в 2 раза. Если тебе выгодна сделка, то с завтрашнего дня начнём». Купец обрадовался такой удачи. На следующий день они пошли к нотариусу и узаконили сделку. Кто в этой сделке проиграл, купец или мудрец?

Учитель предлагает прослушать решение задачи-легенды о шахматной доске.

Ученик использует показ слайдов, чтобы объяснить решение задачи.

Издавна большой популярностью пользуется следующая задача-легенда, которая, как полагают, относится к началу нашей эры.

Шахматная игра была придумана в Индии, и когда индусский царь Шерам познакомился с нею, он был восхищен её остроумием и разнообразием возможных в ней положений.  Узнав, что она изобретена одним из его подданных, царь приказал его позвать, чтобы лично наградить за удачную выдумку. Изобретатель, его звали Сета, явился к трону повелителя. Это был скромно одетый ученый, получавший средства к жизни от своих учеников. -Я желаю достойно вознаградить тебя, Сета, за прекрасную игру, которую ты придумал, -сказал царь.

   Изобретатель поклонился.

Я достаточно богат, чтобы исполнить самое смелое твое пожелание, - продолжал царь. - Назови награду, которая тебя удовлетворит, и ты получишь ее.

   Сета молчал.

   -Не робей, - ободрил его царь. –скажи свое желание. Я не пожалею ничего, чтобы исполнить его.

   -Велика доброта твоя, повелитель. Но дай срок обдумать ответ. Завтра я сообщу тебе мою просьбу.

Когда на другой день Сета снова явился к ступеням трона, он удивил царя беспримерной скромностью своей просьбы.

  -Повелитель, - сказал Сета, - прикажи выдать мне за первую клетку шахматной доски одно пшеничное зерно.

  -Простое пшеничное зерно? – изумился царь.

  -Да, повелитель. За вторую клетку прикажи выдать 2 зерна,  за третью - 4, за четвертую - 8, за пятую - 16, за шестую -32…

-Довольно, - с раздражением прервал его царь. – Ты получишь свои зерна за все 64 клетки доски, согласно твоему желанию: за каждую вдвое больше против предыдущей. Но знай, что просьба твоя недостойна моей щедрости. Прося такую ничтожную награду, ты непочтительно пренебрегаешь моей милостью. Ступай. Слуги мои вынесут тебе твой мешок с пшеницей.

 Сета улыбнулся хитро, покинул дворец и стал дожидаться  у ворот дворца.

  Стоит ли царю смеяться?

Решение **задачи – легенды** Дано :  1, 2, 4, 8, 16…

b1=1

q=2

S64-?

S=1+2+2²+2³ +…+262+263

Умножим обе части записанного равенства на знаменатель прогрессии, получим

2S=2+2²+2³+24+…+263+264

Вычтем почленно из второго равенства первое и проведем упрощения:

2S-S=(2+22+…+263+264)-(1+2+22+…263)

S=264-1

 Её сумма равна   18 446 744 073 709 551 615

 Наградой за 64-ю клетку должно было быть

18 446 744 073 709 551 615

восемнадцать квинтиллионов

четыреста сорок шесть квадриллионов

семьсот сорок четыре триллиона

семьдесят три миллиарда

семьсот девять миллионов

пятьсот пятьдесят одна тысяча

шестьсот пятнадцать  зёрен.

Если всё это зерно засыпать в амбар высотой 4 метра и шириной 10 метров, то длина амбара была бы вдвое больше, чем расстояние от Земли до Солнца...

Расстояние от Земли до Солнца равно 1, 496 · 10 11 (м) или 8,31 световая минута.

ВЫВОД:

Если бы царю удалось засеять пшеницей площадь всей поверхности Земли, считая моря, и океаны, и горы, и пустыню, и Арктику с Антарктикой, и получить удовлетворительный урожай, то, пожалуй, лет за 5 он смог бы рассчитаться.

Такое количество зёрен пшеницы можно собрать лишь с площади в 2000 раз большей поверхности Земли. Это превосходит количество пшеницы, собранной человечеством до настоящего времени.

На основе этой задачи ученики самостоятельно решают задачу о выгодной сделке и переходят к выводу в общем виде формул суммы n-первых членов геометрической прогрессии.

Обозначим через Sn сумму n первых членов геометрической прогрессии.

Sn=b1 + b2 + b3 +… + bn-1 + bn (1)

Умножим обе части этого равенства на q:

 Snq= b1 q + b2 q + b3 q +… + bn-1q + bnq.

Учитывая, что

b1q = b2 , b2q = b3 , b3q = b4 , …, bn-1q = bn ,

получим

Snq = b2 + b3 + b4 +… + bn + bnq (2)

Вычтем почленно из равенства (2) равенство (1) и приведем подобные члены:

Snq – Sn= (b2 + b3 + b4 +…+ bn + bnq) – (b1 + b2 + b3 +…+ bn-1 + bn)= bnq-b1

Sn(q-1)= bnq - b1

Отсюда следует, что при q$\ne 1$

 Sn=$\frac{b\_{n}q-b\_{1}}{q-1}$ ;

 Sn=$\frac{b\_{1}(q^{n}-1)}{q-1}$ .

**6.Привал «Вопрос-ответ»**

1.Я задумала некоторую геометрическую прогрессию. Задайте мне только 2 вопроса, чтобы с помощью ответов вы быстро смогли бы назвать первый член этой прогрессии, который неизвестен.(3, 6, 12, 24…)

Вопросы:

-Во сколько раз второй член больше первого?

- Чему равен второй член прогрессии?

2. Я задумала некоторую геометрическую прогрессию. Задайте мне только 2 вопроса и назовите пятый член этой прогрессии, который неизвестен.(10, 100, 1000, 10000…)

Вопросы :

- Чему равен первый член прогрессии ?

- Чему равен второй член прогрессии?

**7.Закрепление изученного материала**

Каждая группа на **4 этапе «Смелее решай - формулы применяй»** выполняет свои задания и показывает их решение на доске.

1 группа.

Задача. Египетский папирус (около 2000 лет до н.э.)

У семи лиц по семи кошек, каждая кошка съедает по семи мышей, каждая мышь съедает по семи колосьев ячменя, из каждого колоса может вырасти по семи мер зерна. Сколько мер зерна сохраняется благодаря этим кошкам?

Задача из арифметики Магницкого.

Некто продает лошадь по числу подкованных гвоздей, которых у неё 16. За первый гвоздь он просит 1 копейку, за второй гвоздь – 2к., за третий – 4к., за четвёртый -8к. и всегда за каждый следующий вдвое больше, чем за предыдущий. Спрашивается, во сколько он ценит лошадь.

2 группа.

Задача.

Человек, заболевший гриппом, может заразить за один день четырёх человек. Через сколько дней заболеют все учащиеся школы в количестве 341 человек?

Задача.

Клиент взял в банке кредит в размере 50000 рублей на 5 лет под 20% годовых. Какую сумму клиент должен вернуть банку в конце срока ( через 5 лет)?

3 группа.

Задача (физика).

После каждого движения поршня разрежающего насоса из сосуда удаляется 20% находящегося в нём воздуха. Определите давление воздуха внутри сосуда после шести движений поршня, если первоначально было 760 мм рт. столба.

Задача (биология).

Бактерия, попав в живой организм, к концу 20-й минуты делится на две бактерии, каждая из них к концу следующих 20 минут делится опять на две и т.д. Найдите число бактерий, образующихся из одной бактерии через 4 часа?

**8.Итог урока. Рефлексия.**

- Что нового мы узнали на уроке?

-Назовите формулы для вычисления суммы n-первых членов геометрической прогрессии.

 Ваше мнение о проведенном уроке, вот фразы, с которых вы можете начать…

Сегодня я узнал…

Я научился…

У меня получилось …

Я смог…

Меня удивило…

Урок дал мне для жизни…

Мне захотелось…

Было интересно…

Было трудно…

Я выполнял задания…

 Я понял, что…

Теперь я могу…

Закончим урок стихотворением:

Закончился двадцатый век.

Куда стремится человек?

Изучен космос и моря,

Строенье звезд и вся земля.

Но математиков зовет

Известный лозунг

«Прогрессия – движение вперед»

**9.Домашнее задание.**

п. 28

№ 649(а, г)

№ 650 (а)

Творческое задание: используя задачник Л. Магницкого,

интернет -ресурсы или другую литературу подобрать

пример практической задачи, при решении которой требуется

формула суммы n первых членов геометрической прогрессии,

оформить условие и решение.